

Divisions

Sixieme - Matheo

La Division

Introduction

La division est une opération mathématique fondamentale qui permet de partager une quantité en parts égales. Elle est omniprésente dans notre vie quotidienne : partager des bonbons entre amis, calculer le prix unitaire d'un produit, déterminer une vitesse moyenne... Maîtriser la division est essentiel pour résoudre de nombreux problèmes pratiques.

I. Divisibilité

1. Définitions fondamentales

Définition :

Un nombre entier (a) est divisible par un nombre entier (b) (non nul) s'il existe un nombre entier (q) tel que $(a = b \times q)$.

Exemple :

$$56 = 8 \times 7$$

- 7 et 8 sont des **diviseurs** de 56
- On dit aussi : 56 est **divisible** par 7 et par 8
- 56 est un **multiple** de 7 et de 8

2. Critères de divisibilité

Divisibilité par 2

Propriété :

Un nombre est divisible par 2, s'il est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).

Exemples :

- 26 est divisible par 2 (se termine par 6)
- 48 est divisible par 2 (se termine par 8)
- 10 024 est divisible par 2 (se termine par 4)

Divisibilité par 5

Propriété :

Un nombre est divisible par 5, s'il se termine par 0 ou 5.

Exemples :

- $\backslash(855\backslash)$ est divisible par 5 (se termine par 5)
- $\backslash(1\backslash,250\backslash)$ est divisible par 5 (se termine par 0)

Divisibilité par 10

Propriété :

Un nombre est divisible par 10, s'il se termine par 0.

Exemples :

- $\backslash(2\backslash,150\backslash)$ est divisible par 10 (se termine par 0)
- $\backslash(548\backslash,950\backslash)$ est divisible par 10 (se termine par 0)

Divisibilité par 3

Propriété :

Un nombre est divisible par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemple :

$\backslash(532\backslash,587\backslash)$ (car $\backslash(5+3+2+5+8+7=30\backslash)$ et $\backslash(30\backslash)$ est divisible par 3)

Divisibilité par 9

Propriété :

Un nombre est divisible par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple :

$\sqrt{731854}$ (car $\sqrt{7+3+8+5+4=27}$ et $\sqrt{27}$ est divisible par 9)

II. La Division

1. La division euclidienne

Définition :

C'est une division faisant intervenir uniquement des nombres entiers.

Méthode de la division euclidienne

Exemple : Diviser $\sqrt{731}$ par $\sqrt{34}$

Étape 1 :

Dans $\sqrt{73}$, combien de fois $\sqrt{34}$? $\sqrt{2}$ fois !

$$\sqrt{2} \times 34 = 68$$

$$\sqrt{73 - 68} = 5$$
 (inférieur au diviseur)

On abaisse le $\sqrt{1} \rightarrow \sqrt{51}$

Étape 2 :

Dans $\sqrt{51}$, combien de fois $\sqrt{34}$? $\sqrt{1}$ fois !

$$\sqrt{1} \times 34 = 34$$

$$\sqrt{51 - 34} = 17$$
 (inférieur au diviseur)

On arrête, il n'y a plus rien à abaisser.

Division euclidienne de 731 par 34

Résultat :

• **Dividende :** $\backslash(731\backslash)$

• **Diviseur :** $\backslash(34\backslash)$

• **Quotient :** $\backslash(21\backslash)$

• **Reste :** $\backslash(17\backslash)$

Formule : $\backslash(731 = 34 \times 21 + 17\backslash)$

Règle importante :

Le reste est toujours inférieur au diviseur.

Formule générale :

DIVIDENDE = DIVISEUR \times QUOTIENT + RESTE

Attention :

On ne peut pas diviser par zéro !

2. La division décimale

Définition :

La division décimale permet d'obtenir un quotient décimal exact ou approché.

Méthode de la division décimale

Règle fondamentale :

Lorsqu'on franchit la virgule (,) au dividende, on la franchit aussi au quotient.

Division décimale de 45 par 8

Exemple 1 : $\lfloor 45 \div 8 \rfloor$

Étapes :

- $\lfloor 45 \div 8 = 5 \rfloor$ reste $\lfloor 5 \rfloor$
- On ajoute un $\lfloor 0 \rfloor \rightarrow \lfloor 50 \div 8 = 6 \rfloor$ reste $\lfloor 2 \rfloor$
- On ajoute un $\lfloor 0 \rfloor \rightarrow \lfloor 20 \div 8 = 2 \rfloor$ reste $\lfloor 4 \rfloor$
- On ajoute un $\lfloor 0 \rfloor \rightarrow \lfloor 40 \div 8 = 5 \rfloor$ reste $\lfloor 0 \rfloor$

Résultat : $\lfloor 45 \div 8 = 5,625 \rfloor$

Division décimale de 32,12 par 4

Exemple 2 : $\lfloor 32,12 \div 4 \rfloor$

Étapes :

- $\lfloor 32 \div 4 = 8 \rfloor$ reste $\lfloor 0 \rfloor$
- On abaisse le $\lfloor 1 \rfloor \rightarrow \lfloor 1 \div 4 = 0 \rfloor$ reste $\lfloor 1 \rfloor$
- On abaisse le $\lfloor 2 \rfloor \rightarrow \lfloor 12 \div 4 = 3 \rfloor$ reste $\lfloor 0 \rfloor$

Résultat : $\lfloor 32,12 \div 4 = 8,03 \rfloor$

III. Applications pratiques

Dans la vie quotidienne

Exemples concrets :

- **Partage** : Répartir 24 bonbons entre 6 enfants
- **Prix unitaire** : Calculer le prix d'un article si 3 coûtent 15 €
- **Vitesse** : Calculer la vitesse moyenne sur 120 km en 2 heures
- **Proportions** : Adapter une recette pour 4 personnes au lieu de 6

En géométrie

Applications géométriques :

- **Périmètre** : Calculer le côté d'un carré de périmètre 20 cm
- **Aire** : Calculer la largeur d'un rectangle d'aire 24 cm² et de longueur 6 cm
- **Volume** : Calculer la hauteur d'un prisme de volume 60 cm³ et d'aire de base 12 cm²

IV. Méthodes de vérification

Vérification par multiplication

Méthode :

Pour vérifier une division, on multiplie le quotient par le diviseur et on ajoute le reste.

Exemple : $(731 \div 34 = 21)$ reste (17)

Vérification : $(34 \times 21 + 17 = 714 + 17 = 731) \checkmark$

Vérification par estimation

Méthode :

Estimer le résultat pour vérifier la cohérence.

Exemple : $(731 \div 34)$

- $(34 \times 20 = 680)$
- $(34 \times 30 = 1020)$
- Le quotient doit être entre (20) et $(30) \checkmark$

Résumé

Points essentiels à retenir :

- **La divisibilité** permet de reconnaître les multiples d'un nombre
- **La division euclidienne** donne un quotient entier et un reste
- **La division décimale** donne un quotient décimal exact ou approché
- **Le reste** est toujours inférieur au diviseur
- **La vérification** se fait par multiplication

- **On ne peut jamais diviser par zéro**

Exercices d'application

Exercices pratiques :

1. Effectuer la division euclidienne de 847 par 23
2. Calculer $156,8 \div 4$
3. Vérifier si 2847 est divisible par 3
4. Calculer le prix unitaire de 5 articles coûtant $37,50$ €
5. Partager 180 € entre 12 personnes
6. Calculer la vitesse moyenne d'un véhicule parcourant 240 km en 3 heures

Généré par Matheo - Assistant IA pour les mathématiques

Date de génération : 25/02/2026 à 03:48