Grandeurs Périmetres Et Aires

Sixieme - Matheo

Grandeurs et Mesures

Introduction

Les grandeurs et mesures sont des concepts fondamentaux en mathématiques qui nous permettent de quantifier le monde qui nous entoure. Ce cours vous permettra de comprendre les unités de mesure, les conversions et les calculs de périmètres et d'aires.

I. Grandeurs usuelles

Définition

Les unités de mesure de base :

• Pour mesurer les longueurs, on utilise une longueur de référence appelée **mètre**, notée **m**

• Pour mesurer les masses, on utilise une masse de référence appelée **gramme**, notée **g**

• Pour mesurer le temps, on utilise une durée de référence appelée **seconde**, notée **s**

Mètre, gramme et seconde sont appelées des unités de mesure.

m	g	s
Mètre	**Gramme**	**Seconde**
Longueur	Masse	Temps

Principe de base

Certaines distances peuvent être mesurées en mètres : la distance entre deux élèves dans une salle de classe, la taille d'un élève... Pour des distances un peu plus grandes, on peut utiliser un mètre ruban ou un télémètre laser.

Quand les distances sont trop grandes (entre deux villes, entre deux planètes) ou trop petites (distance entre deux points A et B, taille d'un microbe), il faut utiliser d'autres unités plus adaptées.

Les conversions d'unités

Comme pour la numération, on fait des paquets de 10 unités ou on découpe en 10 parties égales. On peut utiliser les tableaux suivants :

Tableaux de conversion des unités

Pour les longueurs :

10 mètres donnent 1 décamètre, 10 décamètres donnent 1 hectomètre...

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	décimètre	centimètre	millimètre

Pour les masses :

10 grammes donnent 1 décagramme, 10 décagrammes donnent 1 hectogramme...

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
kilogramme	hectogramme	décagramme	gramme	décigramme	centigramme	milligram

Remarque importante :

Ce principe de base ne fonctionne pas pour le temps. En effet, les secondes ne sont pas rangées par 10, mais par 60. 60 secondes donnent 1 minute, 60 minutes donnent 1 heure, 24 heures donnent 1 journée...

Exemples de conversions :

- 1 km = 10 hm = 100 dam = 1000 m et 1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

- 1 kg = 10 hg = 100 dag = 1000 g et 1 g = 10 dg = 100 cg = 1000 mg

II. Périmètre d'une figure

Définition générale

Définition :

La longueur de la distance du contour d'une figure est appelée le **périmètre** de la figure.

1. Périmètre d'un polygone

Définition générale : Le périmètre d'un polygone est la somme des longueurs de tous ses côtés.

Exemple : Calculer le périmètre du polygone ABCDEF suivant :

Polygone ABCDEF avec dimensions

Données du polygone :

- AB = 6,7 cm
- BC = 9,4 cm
- CD = 6,5 cm
- DE = 5,5 cm
- EF = 4,7 cm
- FA = 3,9 cm

Calcul du périmètre :

Formule : \(P = AB + BC + CD + DE + EF + FA\)

Application : \(P = 6,7 + 9,4 + 6,5 + 5,5 + 4,7 + 3,9\)

Résultat : \(P = 36,7 \text{ cm}\)

Conclusion : Le périmètre du polygone ABCDEF est de 36,7 cm.

Polygones usuels

Pour les polygones usuels, il est utile de connaître des formules permettant un calcul rapide du périmètre.

Remarque :

On note en abrégé les mots « longueurs », « largeur » et « côté ».

- Le mot « longueur » sera noté L
- Le mot « largeur » sera noté l
- Le mot « côté » sera noté c

Formules des périmètres usuels :

Rectangle :

- $P = L + L + l + l$
- ou alors $P = 2 \times L + 2 \times l$

Carré :

- $P = c + c + c + c$
- ou alors $P = 4 \times c$

Losange :

- $P = c + c + c + c$
- ou alors $P = 4 \times c$

2. Périmètre d'un cercle

Pour un cercle, c'est assez difficile de placer la règle tout autour. On utilise alors la formule suivante :

Définition :

La longueur du contour d'un cercle est donnée par la formule :

$$P_{\text{cercle}} = \pi \times \text{diamètre}$$

Exemple : Voici un cercle de rayon 4,1 cm.

Cercle avec rayon 4,1 cm

Calcul du périmètre :

Formule : $P = \pi \times \text{diamètre}$

Calcul : $P = \pi \times (4,1 \times 2) = \pi \times 8,2$

Résultat : $P \approx 25,8 \text{ cm}$

Conclusion : Le périmètre du cercle est de 25,8 cm.

Remarques :

• On utilise la calculatrice pour effectuer le calcul.

• On a multiplié par 2 dans le calcul précédent car on ne connaissait pas la longueur diamètre mais la longueur du rayon.

III. Aire d'une figure

1. Généralités

Définition :

L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface.

Remarques :

• On dit souvent que l'aire d'une figure est « l'intérieur » de la figure.

• L'aire d'une figure se mesure à l'aide d'une unité de mesure, appelée **unité d'aire**. Il s'agit d'un carré de 1 unité de côté. Cette unité de mesure dépend de la taille de la figure dont on veut mesurer l'aire. Par exemple :

- pour une pièce (salle de classe, chambre, réfectoire...) : on utilise un carré de côté **1 m** : le **mètre carré** noté **m²**
- pour une figure sur une feuille du cahier (dans un exercice...) : on utilise un carré de côté **1 cm** : le **centimètre carré** noté **cm²**
- pour une ville (Paris, New-York, Tokyo, Dax...) : on utilise un carré de côté **1 km** : le **kilomètre carré** noté **km²**

Méthode par comptage

Exemple : Pour la figure suivante, on se demande : « Combien de carrés 'unité d'aire' faut-il pour remplir la figure ABCDEFG ? »

Figure en L avec grille d'unités d'aire

Figure ABCDEFG :

• Forme en L avec les dimensions suivantes :

- AB = 4 unités (hauteur)
- BC = 8 unités (largeur)
- CD = 2 unités (hauteur)
- DE = 5 unités (largeur)

- EF = 2 unités (hauteur)
- FG = 3 unités (largeur)
- GA = 4 unités (hauteur)

Calcul : $\text{Aire} = (8 \times 2) + (3 \times 4) = 16 + 12 = 28$ unités d'aire

Résultat : Après comptage, on trouve 28 unités d'aire dans la figure ABCDEFG.

Limites de cette méthode :

Cette stratégie peut s'avérer longue et inefficace. Que se passe-t-il si la figure ne comporte pas d'angles droits ? ou comporte des arrondis ? Il nous faut une autre stratégie...

2. Formules usuelles

Comme pour les périmètres, on fait un tableau avec les figures usuelles.

Formules d'aires des figures usuelles

Formules des aires usuelles :

Carré :

- $A_{\text{carré}} = \text{côté} \times \text{côté}$
- $A_{\text{carré}} = c \times c$
- ou alors $A_{\text{carré}} = c^2$

Rectangle :

- $A_{\text{rectangle}} = \text{longueur} \times \text{largeur}$
- ou alors $A_{\text{rectangle}} = L \times l$

Disque :

- $A_{\text{disque}} = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$
- $A_{\text{disque}} = \pi \times r \times r$
- ou alors $A_{\text{disque}} = \pi \times r^2$

Triangle rectangle :

- $A_{\text{triangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$
- ou alors $A_{\text{triangle}} = b \times h \div 2$

Autres triangles :

- $A_{\text{triangle}} = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$
- ou alors $A_{\text{triangle}} = b \times h \div 2$

Conclusion

Les grandeurs et mesures sont essentielles pour comprendre et quantifier le monde qui nous entoure. Maîtriser les unités de mesure, les conversions, les calculs de périmètres et d'aires vous permettra de résoudre de nombreux problèmes pratiques dans la vie quotidienne et dans vos études mathématiques.