

Symétrie Axiale

Sixieme - Matheo

La Symétrie Axiale

Introduction

La symétrie axiale est une transformation géométrique fondamentale qui permet de créer des figures identiques mais inversées par rapport à une droite appelée axe de symétrie. Cette notion est essentielle en géométrie et trouve de nombreuses applications dans l'art, l'architecture et les sciences.

I. Les figures symétriques

1. Définition fondamentale

Définition :

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite lorsqu'elles se superposent par pliage suivant cette droite.

Propriétés importantes :

- Les figures symétriques ont la même forme et la même taille
- Elles sont inversées comme dans un miroir
- Chaque point d'une figure a son correspondant dans l'autre figure
- La droite de symétrie est appelée axe de symétrie

Figures symétriques

Exemple concret :

Sur la figure ci-dessus, la Figure 1 est le symétrique de la Figure 2 par rapport à la droite (d) .

- Les points (A) et (A') sont symétriques
- Les points (B) et (B') sont symétriques
- Et ainsi de suite pour tous les points...

2. La médiatrice d'un segment

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et qui coupe ce segment en son milieu.

Propriétés de la médiatrice :

- Elle est perpendiculaire au segment (angle de (90°))
- Elle passe par le milieu du segment
- Tous les points de la médiatrice sont équidistants des extrémités du segment
- Elle est un axe de symétrie du segment

Médiatrice d'un segment

Exemple :

Sur la figure, la droite (d) est la médiatrice du segment $[AB]$:

- (d) est perpendiculaire à (AB)
- (d) coupe $[AB]$ en son milieu (I)
- $AI = IB$ (les deux moitiés sont égales)

II. Le symétrique d'un point

1. Définition du symétrique d'un point

Définition :

Le symétrique d'un point par rapport à une droite est le point tel que cette droite est la médiatrice du segment joignant les deux points.

Cas particuliers :

- **Si le point n'appartient pas à la droite :** Son symétrique est un point distinct
- **Si le point appartient à la droite :** Son symétrique est le point lui-même

Symétrique d'un point

Exemple :

Sur la figure, le point (A') est le symétrique du point (A) par rapport à la droite (d) :

- La droite (d) est la médiatrice du segment $[AA']$

- (d) est perpendiculaire à (AA')
- (d) coupe (AA') en son milieu

2. Construction du symétrique d'un point

Méthode de construction :

Étape 1 : Tracer la perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par le point

Étape 2 : Mesurer la distance du point à l'axe

Étape 3 : Reporter cette distance de l'autre côté de l'axe

Étape 4 : Placer le point symétrique à cette distance

Méthode au compas :

- Tracer un arc de cercle centré sur l'axe passant par le point
- Tracer un second arc de même rayon de l'autre côté
- Le point d'intersection est le symétrique

III. L'axe de symétrie d'une figure

1. Définition de l'axe de symétrie

Définition :

Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à une droite est la figure elle-même, on dit que cette droite est un axe de symétrie de la figure.

Propriétés :

- Une figure peut avoir plusieurs axes de symétrie
- Les axes de symétrie se coupent souvent au centre de la figure
- Chaque axe divise la figure en deux parties identiques
- Le nombre d'axes de symétrie caractérise certaines figures

Axes de symétrie

Exemples :

- **Figure de gauche** : Admet (2) axes de symétrie (vertical et horizontal)
- **Figure de droite** : N'admet qu' (1) axe de symétrie (vertical uniquement)

2. Axes de symétrie des figures de base

Axes de symétrie des figures géométriques

Segment :

Un segment possède deux axes de symétrie : sa médiatrice et la droite portée par ce segment.

Angle :

Un angle possède un axe de symétrie : la droite portée par sa bissectrice.

Triangle isocèle :

Un triangle isocèle possède un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

Triangle équilatéral :

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Carré :

Un carré possède quatre axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

Rectangle :

Un rectangle possède deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Losange :

Un losange possède deux axes de symétrie : ses diagonales.

Cercle :

Un cercle possède une infinité d'axes de symétrie : toutes les droites passant par son centre.

Axes de symétrie des figures de base

IV. Construction de figures symétriques

1. Méthode générale

Principe :

Pour construire le symétrique d'une figure, on construit le symétrique de chacun de ses points par rapport à l'axe de symétrie.

Étapes de construction :

1. **Identifier les points caractéristiques** de la figure (sommets, points d'intersection)

2. **Construire le symétrique** de chaque point par rapport à l'axe
3. **Relier les points symétriques** dans le même ordre que l'original
4. **Vérifier la construction** en pliant le long de l'axe

2. Construction d'un triangle symétrique

Exemple :

Pour construire le symétrique du triangle (ABC) par rapport à la droite (d) :

- Construire (A') symétrique de (A)
- Construire (B') symétrique de (B)
- Construire (C') symétrique de (C)
- Tracer le triangle $(A'B'C')$

Construction triangle symétrique

V. Applications pratiques

1. Dans la nature

Exemples de symétrie dans la nature :

- **Fleurs** : Beaucoup de fleurs ont des axes de symétrie (tulipe, marguerite)
- **Papillons** : Leurs ailes sont symétriques par rapport à leur corps
- **Feuilles** : Souvent symétriques par rapport à leur nervure centrale

- **Cristaux** : Formes géométriques parfaitement symétriques
- **Visages** : Le visage humain présente une symétrie approximative

2. Dans l'art et l'architecture

Utilisations artistiques :

- **Architecture** : Façades symétriques des bâtiments classiques
- **Design** : Logos et motifs décoratifs
- **Art islamique** : Motifs géométriques complexes
- **Orfèvrerie** : Bijoux et objets décoratifs
- **Photographie** : Compositions équilibrées

3. Dans la vie quotidienne

Objets symétriques :

- **Miroirs** : Créent des images symétriques
- **Écriture** : Certaines lettres ont des axes de symétrie
- **Emballages** : Formes symétriques pour l'esthétique
- **Mobilier** : Tables, chaises, armoires symétriques
- **Véhicules** : Voitures, avions, bateaux symétriques

VI. Problèmes résolus

Problème 1 : Construction d'un symétrique

Énoncé :

Construire le symétrique du quadrilatère $(ABCD)$ par rapport à la droite (d) .

Solution :

1. Construire (A') symétrique de (A) par rapport à (d)
2. Construire (B') symétrique de (B) par rapport à (d)
3. Construire (C') symétrique de (C) par rapport à (d)
4. Construire (D') symétrique de (D) par rapport à (d)
5. Tracer le quadrilatère $(A'B'C'D')$

Problème 2 : Nombre d'axes de symétrie

Énoncé :

Combien d'axes de symétrie possède un hexagone régulier ?

Solution :

Un hexagone régulier possède (6) axes de symétrie :

- (3) axes passant par les sommets opposés
- (3) axes passant par les milieux des côtés opposés

VII. Méthodes de vérification

Vérification par pliage

Méthode :

Plier la feuille le long de l'axe de symétrie. Les deux parties doivent se superposer parfaitement.

Avantages :

- Méthode simple et visuelle
- Permet de vérifier rapidement
- Fonctionne pour toutes les figures

Vérification par mesure

Méthode :

Mesurer les distances des points correspondants à l'axe de symétrie. Elles doivent être égales.

Précision :

- Méthode plus précise que le pliage
- Permet de détecter les petites erreurs
- Nécessite un instrument de mesure

Résumé

Points essentiels à retenir :

- **La symétrie axiale** transforme une figure en son image miroir
- **L'axe de symétrie** est la médiatrice du segment joignant deux points symétriques
- **Une figure peut avoir** plusieurs axes de symétrie ou aucun
- **Les figures de base** ont un nombre caractéristique d'axes de symétrie
- **La construction** se fait point par point
- **La vérification** peut se faire par pliage ou par mesure
- **Applications nombreuses** dans la nature, l'art et la vie quotidienne

Exercices d'application

Exercices pratiques :

1. Construire le symétrique du point (P) par rapport à la droite (d)
2. Tracer tous les axes de symétrie d'un carré
3. Construire le symétrique du triangle (ABC) par rapport à la droite (d)
4. Combien d'axes de symétrie possède un rectangle ?
5. Vérifier par pliage qu'une figure est symétrique
6. Construire le symétrique d'une lettre de l'alphabet par rapport à un axe vertical

Généré par Matheo - Assistant IA pour les mathématiques

Date de génération : 26/05/2026 à 07:17