

# Symétrie Axiale

Sixieme - Matheo

## La Symétrie Axiale

### Introduction

La symétrie axiale est une transformation géométrique fondamentale qui permet de créer des figures identiques mais inversées par rapport à une droite appelée axe de symétrie. Cette notion est essentielle en géométrie et trouve de nombreuses applications dans l'art, l'architecture et les sciences.

### I. Les figures symétriques

#### 1. Définition fondamentale

**Définition :**

**Deux figures sont symétriques par rapport à une droite lorsqu'elles se superposent par pliage suivant cette droite.**

**Propriétés importantes :**

- Les figures symétriques ont la même forme et la même taille
- Elles sont inversées comme dans un miroir
- Chaque point d'une figure a son correspondant dans l'autre figure
- La droite de symétrie est appelée axe de symétrie

## Figures symétriques

### **Exemple concret :**

Sur la figure ci-dessus, la Figure 1 est le symétrique de la Figure 2 par rapport à la droite  $(d)$ .

- Les points  $(A)$  et  $(A')$  sont symétriques
- Les points  $(B)$  et  $(B')$  sont symétriques
- Et ainsi de suite pour tous les points...

## 2. La médiatrice d'un segment

### **Définition :**

**La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et qui coupe ce segment en son milieu.**

### **Propriétés de la médiatrice :**

- Elle est perpendiculaire au segment (angle de  $(90^\circ)$ )
- Elle passe par le milieu du segment
- Tous les points de la médiatrice sont équidistants des extrémités du segment
- Elle est un axe de symétrie du segment

## Médiatrice d'un segment

### **Exemple :**

Sur la figure, la droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[AB]$  :

- $(d)$  est perpendiculaire à  $(AB)$
- $(d)$  coupe  $[AB]$  en son milieu  $(I)$
- $AI = IB$  (les deux moitiés sont égales)

## II. Le symétrique d'un point

### 1. Définition du symétrique d'un point

**Définition :**

**Le symétrique d'un point par rapport à une droite est le point tel que cette droite est la médiatrice du segment joignant les deux points.**

**Cas particuliers :**

- **Si le point n'appartient pas à la droite :** Son symétrique est un point distinct
- **Si le point appartient à la droite :** Son symétrique est le point lui-même

Symétrique d'un point

**Exemple :**

Sur la figure, le point  $(A')$  est le symétrique du point  $(A)$  par rapport à la droite  $(d)$  :

- La droite  $(d)$  est la médiatrice du segment  $[AA']$

- $(d)$  est perpendiculaire à  $(AA')$
- $(d)$  coupe  $(AA')$  en son milieu

## 2. Construction du symétrique d'un point

### **Méthode de construction :**

**Étape 1 :** Tracer la perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par le point

**Étape 2 :** Mesurer la distance du point à l'axe

**Étape 3 :** Reporter cette distance de l'autre côté de l'axe

**Étape 4 :** Placer le point symétrique à cette distance

### **Méthode au compas :**

- Tracer un arc de cercle centré sur l'axe passant par le point
- Tracer un second arc de même rayon de l'autre côté
- Le point d'intersection est le symétrique

## III. L'axe de symétrie d'une figure

### 1. Définition de l'axe de symétrie

#### **Définition :**

**Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à une droite est la figure elle-même, on dit que cette droite est un axe de symétrie de la figure.**

#### **Propriétés :**

- Une figure peut avoir plusieurs axes de symétrie
- Les axes de symétrie se coupent souvent au centre de la figure
- Chaque axe divise la figure en deux parties identiques
- Le nombre d'axes de symétrie caractérise certaines figures

Axes de symétrie

### Exemples :

- **Figure de gauche** : Admet  $(2)$  axes de symétrie (vertical et horizontal)
- **Figure de droite** : N'admet qu' $(1)$  axe de symétrie (vertical uniquement)

## 2. Axes de symétrie des figures de base

### Axes de symétrie des figures géométriques

#### Segment :

Un segment possède deux axes de symétrie : sa médiatrice et la droite portée par ce segment.

#### Angle :

Un angle possède un axe de symétrie : la droite portée par sa bissectrice.

#### Triangle isocèle :

Un triangle isocèle possède un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

#### Triangle équilatéral :

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

**Carré :**

Un carré possède quatre axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

**Rectangle :**

Un rectangle possède deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

**Losange :**

Un losange possède deux axes de symétrie : ses diagonales.

**Cercle :**

Un cercle possède une infinité d'axes de symétrie : toutes les droites passant par son centre.

Axes de symétrie des figures de base

## IV. Construction de figures symétriques

### 1. Méthode générale

**Principe :**

**Pour construire le symétrique d'une figure, on construit le symétrique de chacun de ses points par rapport à l'axe de symétrie.**

**Étapes de construction :**

1. **Identifier les points caractéristiques** de la figure (sommets, points d'intersection)

2. **Construire le symétrique** de chaque point par rapport à l'axe
3. **Relier les points symétriques** dans le même ordre que l'original
4. **Vérifier la construction** en pliant le long de l'axe

## 2. Construction d'un triangle symétrique

### Exemple :

Pour construire le symétrique du triangle  $(ABC)$  par rapport à la droite  $(d)$  :

- Construire  $(A')$  symétrique de  $(A)$
- Construire  $(B')$  symétrique de  $(B)$
- Construire  $(C')$  symétrique de  $(C)$
- Tracer le triangle  $(A'B'C')$

Construction triangle symétrique

## V. Applications pratiques

### 1. Dans la nature

#### Exemples de symétrie dans la nature :

- **Fleurs** : Beaucoup de fleurs ont des axes de symétrie (tulipe, marguerite)
- **Papillons** : Leurs ailes sont symétriques par rapport à leur corps
- **Feuilles** : Souvent symétriques par rapport à leur nervure centrale

- **Cristaux** : Formes géométriques parfaitement symétriques
- **Visages** : Le visage humain présente une symétrie approximative

## 2. Dans l'art et l'architecture

### **Utilisations artistiques :**

- **Architecture** : Façades symétriques des bâtiments classiques
- **Design** : Logos et motifs décoratifs
- **Art islamique** : Motifs géométriques complexes
- **Orfèvrerie** : Bijoux et objets décoratifs
- **Photographie** : Compositions équilibrées

## 3. Dans la vie quotidienne

### **Objets symétriques :**

- **Miroirs** : Créent des images symétriques
- **Écriture** : Certaines lettres ont des axes de symétrie
- **Emballages** : Formes symétriques pour l'esthétique
- **Mobilier** : Tables, chaises, armoires symétriques
- **Véhicules** : Voitures, avions, bateaux symétriques

## VI. Problèmes résolus

### Problème 1 : Construction d'un symétrique

#### Énoncé :

Construire le symétrique du quadrilatère  $(ABCD)$  par rapport à la droite  $(d)$ .

#### Solution :

1. Construire  $(A')$  symétrique de  $(A)$  par rapport à  $(d)$
2. Construire  $(B')$  symétrique de  $(B)$  par rapport à  $(d)$
3. Construire  $(C')$  symétrique de  $(C)$  par rapport à  $(d)$
4. Construire  $(D')$  symétrique de  $(D)$  par rapport à  $(d)$
5. Tracer le quadrilatère  $(A'B'C'D')$

### Problème 2 : Nombre d'axes de symétrie

#### Énoncé :

Combien d'axes de symétrie possède un hexagone régulier ?

#### Solution :

Un hexagone régulier possède  $(6)$  axes de symétrie :

- $(3)$  axes passant par les sommets opposés
- $(3)$  axes passant par les milieux des côtés opposés

## VII. Méthodes de vérification

### Vérification par pliage

**Méthode :**

Plier la feuille le long de l'axe de symétrie. Les deux parties doivent se superposer parfaitement.

**Avantages :**

- Méthode simple et visuelle
- Permet de vérifier rapidement
- Fonctionne pour toutes les figures

### Vérification par mesure

**Méthode :**

Mesurer les distances des points correspondants à l'axe de symétrie. Elles doivent être égales.

**Précision :**

- Méthode plus précise que le pliage
- Permet de détecter les petites erreurs
- Nécessite un instrument de mesure

# Résumé

## Points essentiels à retenir :

- **La symétrie axiale** transforme une figure en son image miroir
- **L'axe de symétrie** est la médiatrice du segment joignant deux points symétriques
- **Une figure peut avoir** plusieurs axes de symétrie ou aucun
- **Les figures de base** ont un nombre caractéristique d'axes de symétrie
- **La construction** se fait point par point
- **La vérification** peut se faire par pliage ou par mesure
- **Applications nombreuses** dans la nature, l'art et la vie quotidienne

## Exercices d'application

### Exercices pratiques :

1. Construire le symétrique du point  $(P)$  par rapport à la droite  $(d)$
2. Tracer tous les axes de symétrie d'un carré
3. Construire le symétrique du triangle  $(ABC)$  par rapport à la droite  $(d)$
4. Combien d'axes de symétrie possède un rectangle ?
5. Vérifier par pliage qu'une figure est symétrique
6. Construire le symétrique d'une lettre de l'alphabet par rapport à un axe vertical

---

Généré par Matheo - Assistant IA pour les mathématiques

Date de génération : 11/04/2026 à 05:59